ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЙ ПРАКТИКУМ

При проведении измерений руководствуются общими принципами, которые позволяют выбрать наиболее подходящие методы при их наиболее эффективном использовании. Последнее подразумевает необходимость добиться максимально возможной при данном методе точности и воспроизводимости результатов и устранить характерные для такого методы систематические ошибки. Например, при измерении линейкой возможна ошибка, обусловленная параллаксом, отсчетом нуля, неточностью нанесения делений самой линейкой. Такие ошибки легко устраняются, в частности, во втором случае предмет измеряют по двум отсчетам, а неточность нанесения делений устраняют калибровкой.

Выбор метода измерения (на примере измерения длины)

В обычных лабораторных условиях речь, как правило, идет о длинах в интервале 10^{-8} (длина свободного пробега молекул водорода) до 10^{9} м (расстояние от Земли до Солнца), при этом скорость движения предмета $v << c$, где c – скорость света. Эти измерения проводят опосредованно, и в понятие «длины» вкладывается разный смысл. Поэтому обычно задаются следующими вопросами:

1) Какова природа длины?
2) Какова примерно длина?
3) Какая требуется точность измерений?

Если проводят измерение цилиндра, то для этих целей достаточно штангенциркуля, причем всегда нужно убеждаться, действительно ли стержень цилиндрический. Микроскопом можно измерить диаметр капилляра, так как его величина не превышает 0,2 мм. Расширить диапазон и повысить точность измерения можно, используя метод оптической интерференции. При малых значениях используют самые различные типы волн – световые, рентгеновские, электронные, нейтронные. Огромные космические расстояния определяют косвенно, например по яркости звезды.

Естественные пределы точности измерений.

Не только инженеры, но и экономисты, юристы, лингвисты должны иметь понятие о пределах точности измерений. Как бы мы ни были аккуратны в процессе измерений, невозможно провести измерения с любой точностью. Это связано со следующими ограничениями:

а) квантовомеханическим принципом неопределенностей.

б) случайными флуктуациями измерительных устройств, называемых шумами.

Причины случайных флуктуаций:

1. Броуновское движение.

2. Шумы сопротивлений (тепловые шумы Джонсона). Всякое электрическое сопротивление R представляет источник случайных ЭДС, которые возникают в результате теплового движения электронов проводимости. Значение ЭДС равно

$$\overline{E^2} = 4RkTd\nu ,$$

где $d\nu$ - интервал значений и изменения ЭДС; k – постоянная Больцмана; T – температура.

Таким образом, чтобы исключить случайные ЭДС, возникающие в металле, его нужно охладить до $T = 0$.

3. Шумы, обусловленные дискретностью вещества. Эти шумы связаны с тем, что, например, ток переносится отдельными электронами, или дырками (полупроводники).
4. Помехи. Помехи могут возникать при скоплении статистического электричества (чтобы исключить это, используют клетки Фарадея), при появлении паразитных колебаний напряжения в сети и т.д.

ИЗМЕРЕНИЯ ДЛИН И УГЛОВ

а. Линейный нониус.

Линейным нониусом называется линейка B с делениями, скользящая вдоль другой линейки A большего размера, на который нанесена основная шкала (рис, 1).

Пусть x – величина одного деления нониуса; Y- величина одного деления основной шкалы; m – полное число делений нониуса.

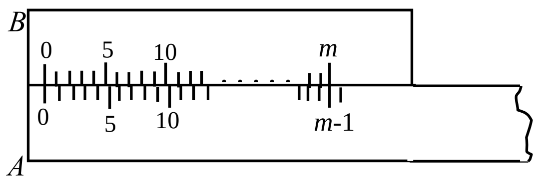

Рис. 1

Деления нониуса наносят так, чтобы эти m делений укладывались в $(m - 1)$ (или в $2m - 1$ … или в общем случае в $cm - 1$) делениях основной шкалы. Таким образом:

$$mx = (m - 1)\,y \tag{1}$$

или

$$mx = (cm - 1)\,y, \tag{1'}$$

$$x = y - \frac{1}{m}y \tag{2}$$

или

$$x = cy - \frac{1}{m}y, \tag{2'}$$

иначе говоря, величина деления нониуса x всегда на $\frac{1}{m}y$ меньше одного (равенство 2) или нескольких (равенство 2′) делений основной шкалы. На рис. 2 изображены нониусы с десятью делениями ($m = 10$); причем на рис. 2, $а$ – $C = 1$, на рис. 2, $б$ – $C = 2$.

В первом случае x на 1/10 меньше y, а во втором случае x на 1/10 меньше $2y$.

Если нониус на $\frac{1}{10}y$ (т.е. на $\frac{1}{m}y$) сдвинуть вправо, то первое деление (первый штрих) нониуса, как видно из рис. 2, совместится с соответствующим делением основной шкалы; если сдвинуть $\frac{2}{10}y$, то совпадает второе деление нониуса, если $\frac{n}{10}y$, – совпадает n-е деление. Это дает возможность, передвигая нониус, отсчитывать десятичные доли делений основной шкалы с помощью нониуса, содержащего десять делений, т.е. производить отсчет с точностью до $\frac{1}{10}y$, в данном случае величина $\frac{y}{10}$ есть точность нониуса. Она, как видим, одинакова для обоих изображенных на рисунке нониусов и не зависит от цены деления их (величины x разные y этих нониусов). В общем случае – когда число делений нониуса m, точность нониуса равна $\frac{y}{10}$. Эта величина разности между делением масштаба y (или целым числом этих делений cy) и делением нониуса. Из уравнений (2) и (2′) находим

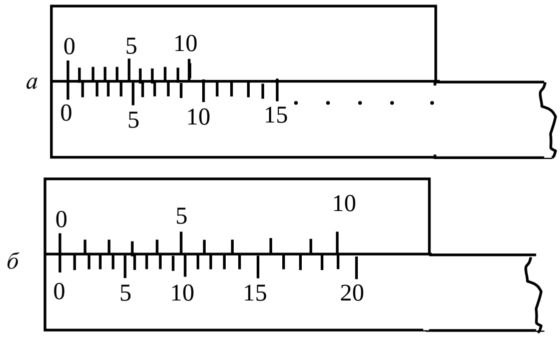

Рис. 2

$$y - x = \frac{y}{m}$$

или

$$cy - x = \frac{y}{m}.$$

Итак, точностью нониуса A называется величина разности между делением масштаба и делением нониуса (или между целым числом делений масштаба и делением нониуса)

$$\Delta y \,/\, m.$$

Иначе, точность нониуса есть отношение цены деления масштаба (y) к числу делений нониуса (m).

Рассмотрим измерение длины с помощью линейного нониуса. Пусть измеряется длина ℓ стержня. Совмещаем один конец этого стержня с нулем масштабной линейки A. Допустим, что другой конец стержня оказался при этом между K- и (K + 1)- делением масштаба (рис. 3). Длина стержня

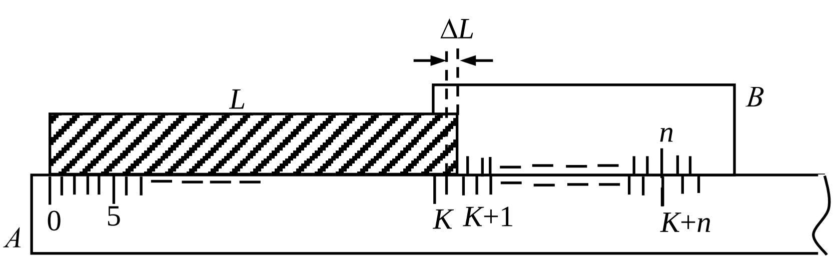

Рис. 3

$$\ell = Ky \cdot \Delta\ell ,$$

где $\Delta\ell$ меньше одного деления основной шкалы. Подвинем теперь к стержню нониус так, чтобы ноль нониуса совпал со вторым концом стержня. При этом какое-нибудь n-е деление нониуса будет ближе других совпадать с соответствующим делением масштаба, т.к. деления нониусам не равны делениям основной шкалы. (На основной шкале это будет (K + n)-е деление при C = 1).

Как видно из рис. 3

$$\Delta\ell = ny - nx = n(y - x),$$

но $y - x = \frac{y}{m}$, как выяснено раньше. Следовательно, $\Delta\ell = n\frac{y}{m}$. Это можно объяснить и иначе: ноль нониуса сдвинут вправо относительно K-го деления линейки A, по совпадающему n-му делению нониуса, с каким-либо делением линейки; узнаем, что сдвиг сделал на n m-х частей деления y. Находим длину стержня:

$$\ell = Ky + n\frac{y}{m}. \qquad (3)$$

Итак, длина отрезка (в нашем случае), измеряемого с помощью нониуса, равна целому числу делений масштаба, укладывающихся в измеряемой длине, плюс точность нониуса, умноженная на номер деления нониуса, совпадающего с некоторым делением масштаба.

б. Круговой нониус.

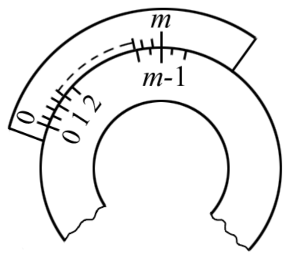

Рис. 4

Круговым нониусом называется дуговая линейка с делениями, скользящая вдоль круга, разделенного на градусы или более мелкие, угловые деления (рис. 4). Принципиально этот нониус, предназначенный для измерения углов, ничем не отличается от линейного. Если деление лимба составляет β градусов (или минут), а деление нониуса α градусов, то в соответствии с уравнением (1)

$$m\alpha = (m - 1)\beta, \qquad \alpha = \beta - \frac{\beta}{m},$$

где m – по-прежнему число делений нониуса. Точность кругового нониуса

$$\Delta = \beta / m.$$

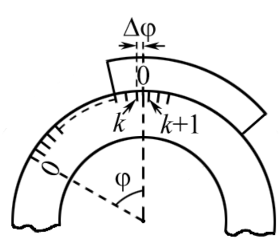

Рис. 5

Отсчет измеряемого угла ведется следующим образом. Допустим, начальное положение какого-либо прибора (например, зрительной трубы спектроскопа), связанного с механизмом, поворачивающим нониус, соответствует совпадению нуля нониуса с нулем лимба. При повороте этого прибора на угол φ (рис. 5) ноль нониуса оказывался между k и (k + 1) делениями лимба, а n-е деление нониуса совпало с каким-либо делением лимба; в соответствии с уравнением (3) угол поворота

$$\varphi = k\beta + n\frac{\beta}{m}.$$

Первое положение прибора на нуле лимба аналогично положению первого конца стержня, которое измеряется с помощью линейного нониуса, а второе положение прибора – положению второго конца стержня, с которым совмещен ноль линейного нониуса. Часто при пользовании приборами, снабженными лимбом и круговым нониусом, приходится измерять углы в обоих направлениях (по часовой стрелке и против нее). Поэтому во многих случаях круговые нониусы состоят из двух совершенно одинаковых шкал, расположенных по обе стороны ноля. При измерении углов необходимо пользоваться той шкалой, которая идет по направлению отсчета.

в. Конический нониус (микрометрический винт).

Микроскопический винт является частью прибора, называемого микрометром. Микрометр предназначен, чаще всего, для измерения малых длин: например, диаметра стержня проволоки, толщины пластинки и т.п. Кроме того, микроскопический винт применяется в других приборах. Например, измерительный микроскоп снабжен микрометрическим винтом, позволяющим отсчитывать высоту подъема или опускания объектива. На рис. 6 изображен микроскопический винт.

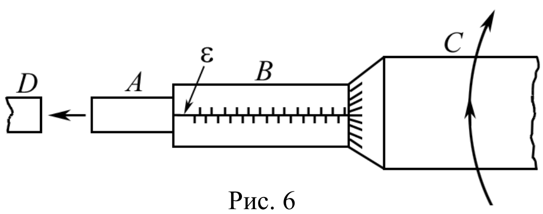

Рис. 6

На стержне винта A укреплено устройство, называемое барабаном C, внутри которого и находится собственно винт. Основная линейная шкала нанесена на втулке B, а нониус на конической части барабана. При вращении барабана по часовой стрелке (рис. 6), стержень A смещается влево. В микрометре при нулевом положении стержень A касается упора D. Вращая барабан против часовой стрелки, сдвигают стержень A вправо, а затем зажимают измеряемую деталь между упором и стержнем. Таким образом, смещение стержня до упора определяет размер детали. (В микроскопе микрометрический винт находится в вертикальном положении, и перемещение стержня A соответствует перемещению объектива микроскопа).

Ход винта соответствует одному делению основной шкалы, которое мы опять назовем y. Нониус, нанесенный на коническую поверхность, содержит m делений. В микроскопическом винте нониус перпендикулярен основной шкале, поэтому деление нониуса не может совпадать с делением основной шкалы, как это было для линейного и кругового нониуса. Совпадение нуля нониуса с нулем или каким-либо делением основной шкалы заменяется здесь (в микрометрическом винте) совпадением нуля конического нониуса с продольной риской E, проведенной по всей длине втулки. При полном обороте винта нониуса, а с ним и стержень A смещается на одно деление основной шкалы, и его нуль опять совпадает с риской. Нониус содержит m делений, следовательно, при повороте винта на $1/m$ часть полного оборота первое деление оборота нониуса совпадает с риской, а стержень переместится при этом на $1/m$ часть деления основной шкалы (на $(1/m)y$). Ясно, что совпадение n-го деления нониуса с риской говорит о перемещении стержня на $n(y\ /\ m)$. Таким образом, и здесь точность нониуса $\Delta(y\ /\ m)$.

Измеряемая длина определяется смещением стержня от нулевого положения

$$\ell = ky + n\frac{y}{m}.$$

Задание 1. Измерить углы на гониометре

Гониометр – прибор, применяемый в оптике для измерения углов отклонения лучей света. Он снабжен оптическими трубами, одна из которых, фиксирующая направление луча, связана с дуговым (круговым) нониусом, скользящим по лимбу. По шкале лимба и нониусу отсчитывается положение этой трубы.

Цель работы, которую Вы сейчас выполняете, – научиться делать отсчет с помощью кругового нониуса. Поэтому Вам дан гониометр, лишенный оптических стекол. Им, конечно, нельзя произвести точное измерение, но можно научиться делать отсчет углов.

Ход работы

1. Определите цену делений лимба и точность нониуса.
2. Определите угол A призмы. Для этого поставьте призму так, чтобы черточка одной из ее сторон совмещалась визуально с нитью в трубе при положении трубы, соответствующем совпадению нуля нониуса с нулем лимба. Затем поверните трубу и совместите визуально нить с черточкой на другой стороне призмы. Сделайте отсчет угла φ и вычислите угол A.
3. Определите угловое расстояние между двумя объектами, заданными преподавателями. Для этого совместите визуально нить трубы с первым объектом и отсчитайте угол φ_1 от нуля лимба, определяющий направление трубы. Затем направьте трубу на второй объект и отсчитайте соответствующий угол φ_2. Угловое расстояние $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$.

Задание 2. Измерить период колебаний крестообразного маятника секундомером

Измеряется время падения груза, висящего на нити с определенной высоты. Нить наматывается на валик крестообразного маятника. Вращение креста и разматывание нити задерживают, установив положение груза на высоте консоли (подставки, на которой расположен прибор), а затем, освободив крест, пускают секундомер.

Ход работы

1. Определите цену деления электросекундомера и погрешность однократного прямого измерения этим прибором.
2. Измерьте время падения тела 5 раз и запишите результаты измерения в виде таблицы.

3. Вычислите погрешность измерения. Определите объем тела правильной геометрической формы.

Задание 3. Измерить линейные размеры тела микрометром и штангенциркулем; ознакомиться с методами расчета погрешностей

Ход работы

1. Погрешность прямых измерений

1. Проведите измерения линейных размеров тела (не менее n = 5 раз) микрометром и штангенциркулем.
2. Результаты каждого измерения занесите в таблицу.
3. Подсчитайте среднее арифметические значения результатов измерений.

	a, мм	b, мм	c, мм	V, мм^3
1				
2				
3				
4				
5				
Ср. знач.				

При вычислениях рекомендуется оставлять значащих цифр на одну больше, чем содержится в измеренных выражениях (например, a, b и c могут быть длиной, шириной и высотой параллелепипеда). Или $a = H$ – длина цилиндра; $b = D$ – диаметр цилиндра; V – объем измеряемого тела.

4. Найдите величины $\Delta a_1 = |\langle a\rangle - a|$

Δa_1 = ……………	Δb_1 =……………	Δc_1 ………………
Δa_2 =………………	Δb_2 = ……………	Δc_2………………
Δa_3 =………………	Δb_3 = ……………	Δc_3 = ……………
Δa_4 = ……………	Δb_4 = ……………	Δc_4 = ……………
Δa_5 = ……………	Δb_5 = ……………	Δc_5 = ……………

5. Возведите в квадрат Δa_1, Δb_1, Δc_1

Δa_1^2 =…………	Δb_1^2 ……………	Δc_1^2 ……………
Δa_2^2 =…………	Δb_2^2 ……………	Δc_2^2 ……………
Δa_3^2 =…………	Δb_3^2 ……………	Δc_3^2 ……………
Δa_4^2 =…………	Δb_4^2 ……………	Δc_4^2 ……………
Δa_5^2 =…………	Δb_5^2 ……………	Δc_5^2 ……………

6. Определите среднеквадратичную погрешность результата серии измерений по формуле $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\Delta a_i\right)^2}{n(n-1)}}$, где n – число измерений.

$\sigma_a = \ldots..$
$\sigma_b = \ldots..$
$\sigma_c = \ldots..$

7. Из таблицы коэффициентов Стьюдента найдите коэффициент $t_{\alpha n}$, где надежность $\alpha = 0{,}95$; n – число произведенных измерений.

$t_{\alpha n} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

8. Оцените границы доверительного интервала, то есть абсолютную погрешность серии измерений по формуле

$\Delta a_{\text{с.н.}} = t_{\alpha n} \cdot \sigma_a = \ldots\ldots\ldots\ldots$
$\Delta b_{\text{с.и.}} = t_{\alpha n} \cdot \sigma_b = \ldots\ldots\ldots\ldots$
$\Delta b_{\text{с.и.}} = t_{\alpha n} \cdot \sigma_c = \ldots\ldots\ldots\ldots$

9. Определите погрешность одного измерения $\Delta x_{\text{о.и.}} = \alpha \cdot \ell = \ldots$, где α – надежность (или доверительная вероятность), равная 0,95; ℓ – половина цены наименьшего деления прибора.

$\Delta a_{\text{о.и}} = \ldots$; $\Delta b_{\text{о.и}} = \ldots$; $\Delta c_{\text{о.и}} = \ldots$.

10. Рассчитайте суммарную погрешность прямых измерений

$$\Delta a = \sqrt{\Delta a^2_{\text{с.и}} + \Delta a^2_{\text{о.и}}} \qquad \Delta b = \sqrt{\Delta b^2_{\text{с.и}} + \Delta b^2_{\text{о.и}}} \qquad \Delta c = \sqrt{\Delta c^2_{\text{с.и}} + \Delta c^2_{\text{о.и}}}$$

11. Запишите окончательный результат в виде (в соответствии с правилами округления цифровых значений)

$a \pm \Delta a = \ldots\ldots\ldots$ $\qquad b \pm \Delta b = \ldots\ldots\ldots$ $\qquad c \pm \Delta c = \ldots\ldots\ldots$

12. Оцените относительную погрешность:

$\delta_a = (\Delta a / \langle a \rangle) \cdot 100\ \% = \ldots\ldots\ldots..$
$\delta_о = (\Delta b / \langle b \rangle) \cdot 100\ \% = \ldots\ldots\ldots..$
$\delta_c = (\Delta c / \langle c \rangle) \cdot 100\ \% = \ldots\ldots\ldots\ldots$

2. Погрешность косвенных измерений

1. Если величины a, b, c входят в основную формулу в качестве сомножителей (например, $a \cdot b \cdot c = V$), то удобно применить формулу

$$\Delta V = V\sqrt{\left(\frac{\partial \ln V}{\partial a}\right)^2 \Delta a^2 + \left(\frac{\partial \ln V}{\partial b}\right)^2 \Delta b^2 + \left(\frac{\partial \ln V}{\partial c}\right)^2 \Delta c^2}$$

2. $\Delta a =$ $\qquad \Delta b =$ $\qquad \Delta c =$ (из п.10)

3. $\frac{\partial \ln V}{\partial a} =$ $\qquad \frac{\partial \ln V}{\partial b} =$ $\qquad \frac{\partial \ln V}{\partial c} =$

4. Абсолютная погрешность $\Delta V = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.$

6. $V \pm \Delta V =$ ……………………………………………………

7. Относительная погрешность $\delta V = (\Delta V / \langle V \rangle)\cdot 100\ \% =$ ……

8. Для вычисления погрешности косвенных измерений можно пользоваться также приближенной формулой

$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\right)^2 \Delta x_1^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2}\right)^2 \Delta x_2^2 + \ldots + \left(\frac{\partial y}{\partial x_n}\right)^2 \Delta x_n^2}\ ,$$

где Δx_1, Δx_2, Δx_3 – погрешности прямых измерений; $\frac{\partial y}{\partial x_n}$ – частные производные функции $y = f(x)$.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое измерение?
2. Дайте понятие а) прямых измерений; б) косвенных измерений.
3. Почему в результате измерений любой величины никогда не получают ее истинного значения?
4. Что такое приборная погрешность?
5. С чем связаны систематические погрешности?
6. Чем вызываются случайные погрешности?
7. Всегда ли есть смысл пытаться уменьшить величину случайной погрешности?
8. Что такое а) абсолютная погрешность; б) относительная погрешность?
9. Как определяется погрешность прибора в случаях: а) если указан нониус; б) если нониус не указан?
10. В каком случае средняя арифметическая величина всех результатов может быть признана истинным значением измеряемой величины?
11. Приведите несколько примеров правильной записи результата (в соответствии с правилами округления).
12. Дайте понятие о законе нормального распределения Гаусса. Какой вид имеет кривая Гаусса?
13. Можно ли по значению относительной погрешности судить о точности измерений?
14. Если физическая величина определяется косвенно, то от чего будет зависеть абсолютная погрешность результата измерений?
15. Задан вид функции $y = a/b$, где a и b – измеряемые величины. Введите формулу абсолютной погрешности Δу.
16. $y = a / (a + b)$; Δy – ?
17. $y = a\,(a + b)$; Δy – ?
18. $y = a^2 + b^2$; Δy – ?
19. $y = (a - \sin a) / (b - a)$; Δy – ?
20. $\sqrt{\frac{a-b}{a+b}}$; Δy – ?
21. $y = \operatorname{tg} a$ Δy – ?

22. $y = a + b$ Δy – ?
23. $y = a - b$ Δy – ?
24. $y = a^2 + b^2$ Δy – ?
25. $y = a^2 - b^2$ Δy – ?

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ТЕМЕ «ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЙ ПРАКТИКУМ»

1. Как взвесить одну песчинку сахара?
2. Как взвесить мешок картошки?
3. Как определить размеры атома водорода?
4. Как определить размеры «молекулы воздуха»?
5. Как взвесить Землю, Луну?
6. Как взвесить Солнце, Венеру?
7. Проанализируйте понятие размера в приложении к атомному ядру?
8. Проанализируйте возможные методы измерения расстояния между Землей и Луной.
9. Проанализируйте возможные методы измерения расстояния между двумя атомами в молекуле водорода.
10. Какие методы используют при измерении массы протона и электрона?
11. Что понимают, когда говорят, что температура плазмы 100 000 К?
12. Что понимают под отрицательной температурой?
13. Что такое плазма и как избавиться от случайных ЭДС в резисторах?
14. В каком случае при измерениях длины применяют оптические методы?
15. В каком случае при измерениях длины применяют рентгеновское излучение?
16. Как измерить и с какой точностью массу золотого бруска?
17. Как определить объем и плотность золотого самородка? Какова должна быть ошибка определения?
18. Как можно проверить следующее утверждение: температура космического пространства равна 3 К?
19. Как измеряют магнитные поля?
20. Как измерить температуру Солнца, звезды?
21. Что такое платиновый термометр сопротивления? Где применяют такие термопары?
22. Как измерить расстояние между двумя точками на поверхности Луны, находящиеся в 10 км друг от друга?
23. Правильно ли поступает продавец в магазине, измеряя ЭДС батареи вольтметром?
24. Приведите несколько примеров шумов, вызванных дискретностью вещества? Можно ли их уменьшить?
25. Как измеряют электрические поля?