МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**
Отделение естественных наук ШБИП

УТВЕРЖДАЮ
Директор ШБИП
___________ Д.В. Чайковский
«__»_________ 2022 г.

ИЗУЧЕНИЕ СТОЯЧИХ ВОЛН В НАТЯНУТОМ ШНУРЕ (СТРУНЕ)

Методические указания к выполнению лабораторной работы К–31
по курсу физики
для студентов всех специальностей

Составители: **Сивов Ю.А., Твердохлебов С.И.**

Издательство
Томского политехнического университета
2022

УДК 53(076.5)
ББК 22.3я73

Изучение стоячих волн в натянутом шнуре (струне): методические указания к выполнению лабораторной работы К–31 по курсу физики для студентов всех специальностей / сост.: Ю.А. Сивов, С.И. Твердохлебов; Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2022. – 10 с.

УДК 53(076.5)
ББК 22.3я73

Методические указания рассмотрены и рекомендованы к изданию методическим семинаром отделения естественных наук ШБИП
«___» _________ 20___ г.

Зав. ОЕН ШБИП
канд. пед. наук Е.В. Лисичко

Рецензент
кандидат физ.-мат. наук, доцент Томского политехнического университета
Н.С. Кравченко

Цель работы: изучение стоячих волн, определение скорости распространения волны в натянутом шнуре (или струне), определение объёмной плотности шнура (струны).

Приборы и принадлежности: звуковой генератор; экспериментальная установка с вертикально натянутым шнуром (струной), снабжённая шкалой; набор грузов, штангенциркуль.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

Процесс распространения колебаний в упругой среде называется волновым процессом (упругой волной).

Упругая волна называется продольной, если частицы среды совершают колебания в направлении скорости распространения волны. Если частица среды совершает колебания в направлении, перпендикулярном скорости распространения волны, волна называется поперечной. Являются ли волны, распространяющиеся в среде, продольными или поперечными – зависит от упругих свойств среды.

Продольные волны обусловлены упругой деформацией сжатия и растяжения и могут распространяться в средах, в которых возникают упругие силы при деформации сжатия и растяжения, т.е. в газообразной, жидкой и твёрдой среде.

Поперечные волны обусловлены упругой деформацией сдвига и, следовательно, могут возникать только в средах, обладающих упругостью формы, т.е. в твёрдых телах.

Отсюда в газах и жидкостях возникают только продольные волны, а в твердых телах – как продольные, так и поперечные.

Волна, переносящая энергию колебаний в пространстве, называется бегущей волной. При сложении двух бегущих волн, распространяющихся навстречу друг другу, возникает стоячая волна. Так как стоячая волна является результатом сложения двух волн, распространяющихся в противоположных направлениях, то при равенстве амплитуд волн поток энергии, переносимый в одном направлении, равен потоку энергии, переносимому в противоположном направлении. Результирующий поток энергии равен нулю, т.е. стоячие волны не переносят энергию. В силу этой особенности они и получили своё название. На опыте стоячая волна возникает, если на пути бегущей (прямой) волны перпендикулярно к направлению распространения поставить хорошо отражающую преграду. Падающая на преграду волна (прямая) и бегущая ей навстречу отражённая (обратная) волна интерферируют и образуют стоячую волну.

Получим уравнение одномерной стоячей волны. Поскольку каждая точка среды одновременно участвует в двух колебаниях, то результирующее смещение $\xi(x,t)$ точек среды с координатой x в момент времени t можно найти путём алгебраического сложения смещений, т.к. они происходят вдоль одной и той же прямой. Для простоты рассмотрим случай, когда прямая и встречная волны имеют одинаковую амплитуду A. Пусть уравнение прямой волны, распространяющейся в положительном направлении оси x, имеет вид

$$\xi_1(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\alpha_1) \quad (1)$$

а уравнение обратной волны

$$\xi_2(x,t)=A\cos(\omega t+kx+\alpha_2) \quad (2)$$

где $\xi_1(x,t)$ и $\xi_2(x,t)$ – смещения точки среды с координатой x при распространении соответственно прямой и обратной волн от положения равновесия в момент времени t, α_1, α_2 − начальные фазы, k− волновое число, ω − циклическая частота колебаний.

Сложив левые и правые части уравнений (1), (2) и воспользовавшись формулой для суммы косинусов, получим для результирующего смещения (уравнения стоячей волны)

$$\xi(x,t)=2\cos(kx+\frac{\alpha_2\mp\alpha_1}{2})\cos(\omega t+\frac{\alpha_2\pm\alpha_1}{2}) \quad (3)$$

Для упрощения уравнения (3) выберем начало отсчёта координаты x так, чтобы разность начальных фаз (α_2 – α_1) стала равной нулю, а начало отсчёта времени t таким, чтобы оказалась равной нулю сумма α_2 + α_1. Если учесть, что волновое число $k=2\pi/\lambda$ где λ - длина волны, уравнение (3) примет вид

$$\xi(x,t)=2A\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x)\cos(\omega t) \quad (4)$$

Согласно (4), колебание в каждой точке стоячей волны происходит с циклической частотой ω бегущей волны. По аналогии с бегущей волной в уравнении (4) стоячей волны модуль множителя, стоящего перед $\cos(\omega t)$

$$\left|2A\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x)\right| \quad (5)$$

является амплитудой результирующего колебания. Из (5) видно, что амплитуда одномерной стоячей волны является периодической функцией, зависящей от координаты x колеблющейся точки. В точках среды, где

$$\frac{2\pi}{\lambda}x=\pm m\pi, \quad (m=0,\ 1,\ 2,\ 3,...) \quad (6)$$

амплитуда колебаний достигает максимального значения равного $2A$. Такие точки называются пучностями стоячей волны. В точках среды, где

$$\frac{2\pi}{\lambda}x=\pm(2m+1)\frac{\pi}{2},\ (m=0,\ 1,\ 2,\ 3,...) \quad (7)$$

амплитуда колебаний обращается в нуль. Такие точки называются узлами стоячей волны.

Из выражений (6) и (7) определим координаты пучностей и узлов:

$$x_{\text{пучн}}=\pm 2m\frac{\lambda}{4}=\pm\frac{m\lambda}{2}, \quad (m=1,\ 2,\ 3,...) \quad (8)$$

$$x_{\text{узл}} = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{4} = \pm\left(\frac{2m+1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}, \quad (m=0,\ 1,\ 2,\ 3...) \qquad (9)$$

Из соотношений (8) и (9) можно получить, что расстояние между двумя соседними узлами и между двумя соседними пучностями одинаковы и равны половине длины волны

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2}. \qquad (10)$$

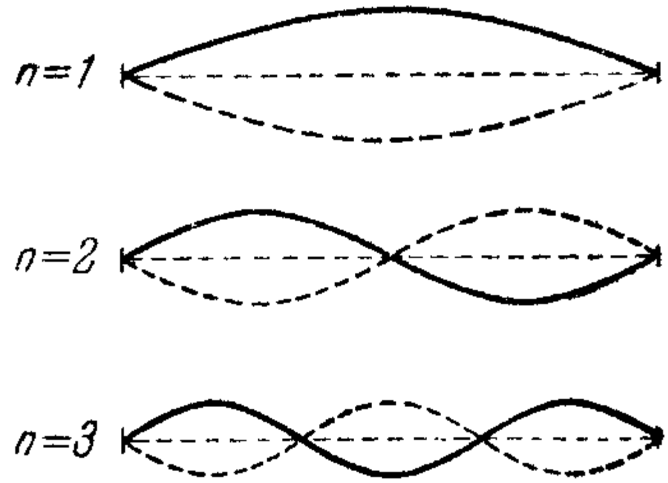

Рис. 1

Если стоячая волна возникает в закреплённом с обоих концов натянутом шнуре (струне), то в местах закрепления шнура могут располагаться только узлы стоячей волны. Отсюда граничные условия, при которых : в струне возбуждаются стоячие волны,

$$\xi(0) = \xi(l) = 0. \qquad (11)$$

Поэтому в нём возбуждаются только такие колебания, у которых половина длины волны укладывается на длине шнура целое число раз (рис. 1).

Отсюда вытекает условие

$$l = \frac{n\lambda_n}{2}, \ (n=1,\ 2,\ 3,\ ...) \qquad (12)$$

где l - длина шнура (струны), n - число пучностей на длине струны.

Из уравнения (12) получим формулу для длины волны:

$$\lambda_n = \frac{2l}{n}. \qquad (13)$$

Фазовая скорость волны

$$\upsilon = \lambda_n \nu_n. \qquad (14)$$

Частоты ν_n называются собственными частотами колебаний струны. частота колебаний. Собственные частоты кратны частоте $\nu_1 = \frac{\upsilon}{2l}$, называемой основной частотой (основным тоном). Все остальные стоячие волны при n = 1, 2, 3…называют обертонами (гармониками). В общем случае стоячие волны представляют собой наложение нескольких стоячих волн с различными собственными разными частотами.

Уравнение (14) с учётом (13) представим в виде

$$\upsilon = \frac{2l\nu_n}{n}. \qquad (15)$$

Известно [1], что для неограниченной среды скорость распространения поперечной волны в твёрдом теле определяется уравнением

$$\upsilon = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \qquad (16)$$

где G - модуль сдвига, ρ - объёмная плотность материала среды.

Для натянутого шнура скорость распространения поперечной волны может быть найдена из уравнения (16). Необходимо только установить, какая величина в этом случае играет роль модуля сдвига.

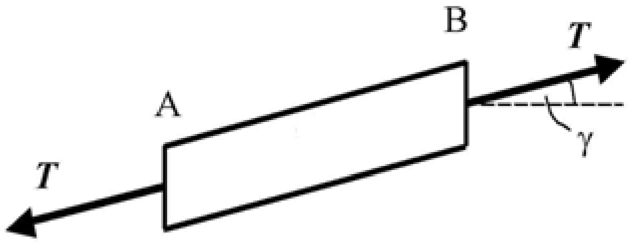

Рис. 2

Предположим, что деформации натянутого шнура, связанные с поперечными колебаниями, малы. Следовательно, при малых колебаниях можно пренебречь изменениями величины силы натяжения *T*, возникающими в результате изгиба струны. При таком приближении силы натяжения ***T***, действующие на концы выделенного участка AB шнура вдоль его оси (рис. 2), равны друг другу.

При деформации сдвига, характеризующейся малым углом сдвига γ, составляющие сил *T*, касательные к основаниям участка AB, равны

$$T\sin\gamma \approx T\gamma. \qquad (17)$$

Следовательно, величина касательного напряжения (напряжение численно равно отношению силы к площади поперечного сечения струны), действующего на основания рассматриваемого участка AB, равно

$$\tau = \frac{T}{S}\gamma, \qquad (18)$$

где S− площадь поперечного сечения шнура.

Деформацию участка AB можно рассматривать как его сдвиг под действием касательных напряжений.

Касательное напряжение связано с модулем сдвига соотношением

$$\tau = G\gamma. \qquad (19)$$

Сопоставление (18) и (19) приводит к выражению

$$G = \frac{T}{S}. \qquad (20)$$

Подставив (20) в (16), получим для скорости распространения бегущей волны в натянутом шнуре (струне)

$$\upsilon = \sqrt{\frac{T}{S\rho}}\,. \tag{21}$$

Учитывая (13), из соотношения (21) объёмная плотность шнура определяется формулой

$$\rho = \frac{4T}{\lambda^2 \nu^2 \pi d^2}\,, \tag{22}$$

где d - диаметр шнура.

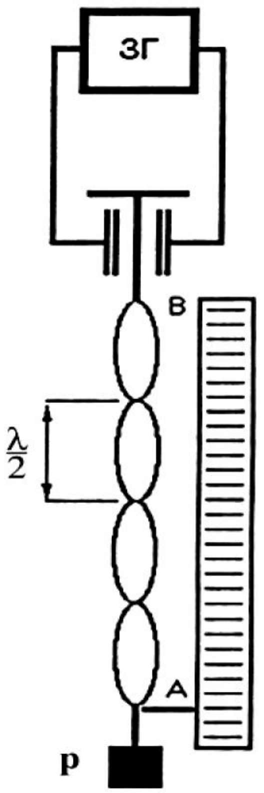

Рис. 3

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Схема экспериментальной установки представлена на рис. 3. На нижний конец вертикально натянутого шнура подвешены подвес **A** и чашка **P** для гирь. Верхний конец шнура прикреплён к языку электромагнитного вибратора, служащего для возбуждения колебаний в шнуре. Установка снабжена шкалой **B**, которая может быть использована для измерения длины волны.

Если к электромагнитному вибратору подключить звуковой генератор (**ЗГ**), то от вибратора по шнуру будет распространяться поперечная волна – прямая волна. Эта волна отражается от конца шнура и образуется обратная волна. В результате наложения прямой и обратной волны в соответствии с (12) при определённых частотах **ЗГ** образуется стоячая волна. При изменении частоты **ЗГ** (при неизменной скорости распространения волны υ) частота колебаний ν, длина волны λ и число пучностей n стоячей волны, согласно (12) и (13), изменятся.

Искажения стоячих волн бегущей волной, которая образуется, если амплитуды прямой и обратной волн не равны, проявляются в размытии узла стоячей волны. Эти искажения несущественны, если потери энергии (трение о воздух, потери энергии через концы шнура и т.д.) за период малы по сравнению с запасом колебательной энергии в шнуре. Это условие имеет вид

$$A^2 << y_0^2 \tag{22}$$

где A − амплитуда бегущей волны, измеряемая по размытию узла, y_0- амплитуда стоячей волны, определённая в пучности, примыкающей к узлу.

Если при проведении эксперимента условие (22) выполняется недостаточно хорошо, необходимо уменьшить выходную мощность **ЗГ**.

Для выполнения работы используются две экспериментальные установки, на одной из которых стоячие волны возбуждаются в гибком шнуре, а на другой – в струне.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Собрать электрическую цепь (выводы вибратора присоединить к клеммам выхода **ЗГ**).
2. Прикрепить к нижнему крючку нити чашку с первоначальным весом ≈ 1Н. (Сила натяжения шнура равна общему весу подвеса, чашки и гирь. Общая масса подвеса и чашки указана на установке).
3. Включить **ЗГ** в сеть. Тумблер «сеть» **ЗГ** переключить в положение «вкл». Установить по шкале вольтметра **ЗГ** максимальное напряжение. Переключатель частот установить в положение 1. Ручку лимба «Частота генератора» повернуть против часовой стрелки до упора.
4. Вращая ручку лимба **ЗГ**, добиться образования в шнуре стоячей волны с n=1 (с одной пучностью). Значение силы натяжения, частоты **ЗГ**, при которой в шнуре возбуждается стоячая волна, длины шнура l занести в таблицу 1. Определить длину волны по формуле (12) при n=1.
5. Увеличивая частоту **ЗГ**, получить при той же силе натяжения стоячие волны с $n > 1$ пучностями (сколько позволяет установка). Значения частоты **ЗГ** занести в таблицу 1. Определить длину волны по формуле (12) при $n > 1$.
6. Аналогичные опыты выполнить, увеличивая массу гирь. Результаты измерений занести в таблицу 1.

Таблица 1

№ опыта	Масса груза – m, кг	Сила натяжения – T, Н	Число пучностей – n	Длина шнура (струны) l, м	Длина волны λ, м	Частота ν, Гц	Скорость υ, м/с	Плотность – ρ, кг/м^3

6. Измерить диаметр шнура штангенциркулем.
7. По формулам (13) и (21) вычислить для всех измерений величины скорости распространения бегущей волны в натянутом шнуре и объёмной плотности шнура.
8. Найти средние значения скорости распространения бегущей волны в натянутом шнуре и объёмной плотности шнура.
9. Вычислить абсолютную и относительную погрешности измерений скорости распространения бегущей волны в натянутом шнуре и объёмной плотности шнура.

10. Записать окончательные результаты.

11. Построить график зависимости квадрата скорости (υ^2) распространения бегущей волны в натянутом шнуре от силы натяжения (T) шнура.

Из уравнения (20) следует, что в координатах зависимость $\upsilon^2 = T/S\rho$ - линейная. Следовательно, тангенс угла наклона прямой $\mathrm{tg}\alpha = 1/S\rho$. Используя эту зависимость, вычислить объёмную плотность шнура по формуле

$$\rho = \frac{1}{S\mathrm{tg}\alpha}. \qquad (23).$$

12. Сравнить результаты вычислений объёмной плотности шнура по формулам (21) и (23) и табличными значениями.

Таблица 2

Вещество	Плотность, кг/м^3	Вещество	Плотность, кг/м^3
Железо (сталь)	7800	Капрон	1150

Порядок выполнения работы на установке со струной

Измерения и расчёты выполняются так же, как и при выполнении работы на установке с гибким шнуром (пп. 1 – 12).

В п. 6 измерения выполнить при увеличении силы натяжения струны, изменяя массу гирь на 100, 200, 300, 400 г. Масса чашки и подвеса ~ 50 г указана на установке.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какой процесс называется волновым процессом (упругой волной)?
2. В какой среде могут распространяться продольные волны?
3. Какая волна называется стоячей волной? Чем она отличается от бегущей волны?
4. Какие точки называются узлами, пучностями стоячей волны?
5. Чему равно расстояние между соседними узлами? Чему равно расстояние между соседними пучностями стоячей волны?
6. Найти отношение скорости распространения бегущей волны в неограниченной среде и скорости распространения волны в натянутом шнуре.
7. Как образуется стоячая волна в экспериментальной установке, используемой в работе?
8. Получить формулу для расстояния между соседними узлами, соседними пучностями, соседними узлами и пучностями.

Литература

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики, Т.1– М.: Наука, 1974. – 519 с.
2. Кухлинг Х. Справочник по физике. – М.: Мир, 1982. – 520 с.