Лекции № 4, 5, 6
Проводники и диэлектрики в электрическом поле

Микро- и макрополе

Заряды (+ –), входящие в состав молекул (атомов), называются ***связанными***.
Под действием электрического поля они могут смещаться из своего положения равновесия, но не могут покинуть молекулу (атом).

Заряды, которые не входят в состав молекул (атомов), но находятся в пределах диэлектрика, а также заряды вне диэлектрика называются ***сторонними*** или ***свободными***.

Микроскопическое или ***истинное*** поле – суперпозиция (результат) поля сторонних зарядов ($\boldsymbol{E_{стор}}$) и поля связанных зарядов ($\boldsymbol{E_{связ}}$):

$$\vec{E}_{микро} = \vec{E}_{стор} + \vec{E}_{связ}\,.$$

Микроскопическое поле сильно изменяется в пределах межмолекулярных расстояний (т.е. в пространстве) и во времени, рассчитать такое поле нереально. Поэтому под электрическим полем в веществе, хотя электрический заряд дискретен, но в связи с тем, что число его носителей в макроскопических телах очень велико, понимают усредненное микрополе, которое называется **макроскопическим** полем (макрополем):

$$\vec{E}_{макро} = \left\langle \vec{E}_{микро} \right\rangle = \left\langle \vec{E}_{стор} \right\rangle + \left\langle \vec{E}_{связ} \right\rangle = \vec{E}_0 + \vec{E}'\,.$$

Проводники и диэлектрики

Проводники – это вещества, в которых свободные заряды перемещаются под действием электрического поля на макроскопические расстояния.

Металлы (свободные заряды: электроны) – проводники ***первого рода***, в них протекание тока не связано с переносом вещества.

Электролиты и ***ионизированный газ*** (свободные заряды: положительные и отрицательные ионы) – проводники ***второго рода***, в них при протекании тока происходит перенос вещества.

Диэлектрики (изоляторы) – это вещества, не способные проводить электрический ток.
Идеальных изоляторов в природе не существует.
Удельное сопротивление диэлектриков в $10^{15} \div 10^{20}$ раз больше, чем у проводников.

Диэлектрики содержат положительные и отрицательные связанные заряды, входящие в состав атомов и молекул. Линейные размеры молекул и атомов имеют порядок нескольких ангстрем (1 Å = 10^{-10} м).

Молекула в целом электрически нейтральна, тем не менее, она может обладать электрическими свойствами.

• Все положительные заряды молекул (атомов) можно заменить одним суммарным зарядом $+q$, помещенным в некоторую точку, называемую ***«центром тяжести положительных зарядов»*** (аналог – центр масс), её радиус вектор:

$$\vec{r}_+ = \frac{\sum q_{i+}\vec{r}_{i+}}{q_+}. \qquad (1)$$

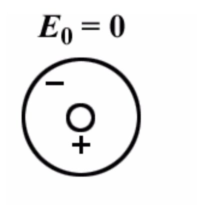
• По аналогии для отрицательных зарядов вводим понятие ***«центр тяжести отрицательных зарядов»***:

$$\vec{r}_- = \frac{\sum q_{i-}\vec{r}_{i-}}{q_-}. \qquad (2)$$

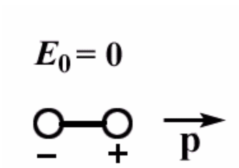
В первом приближении молекулу можно рассматривать как диполь (дипольный момент $\vec{p} = |q|\vec{l}$).

Диэлектрики в зависимости от строения их молекул и внутренней структуры можно разделить на

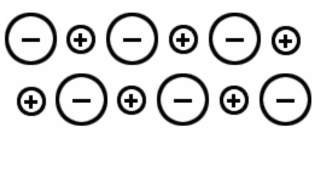
1) ***неполярные*** (H_2, N_2, O_2, CO_2 …) – молекула имеет симметричное строение, то есть центры тяжести положительных и отрицательных зарядов в отсутствии внешнего электрического поля совпадают, следовательно, собственный дипольный момент такой молекулы равен нулю ($\vec{p} = 0$).

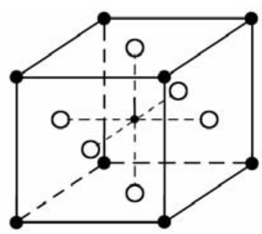


2) ***полярные*** (H_2O, NH_3, SO_2, CO …) – молекула имеет не симметричное строение, то есть центры тяжести положительных и отрицательных зарядов в отсутствии внешнего электрического поля не совпадают, следовательно, молекула обладает дипольным моментом.

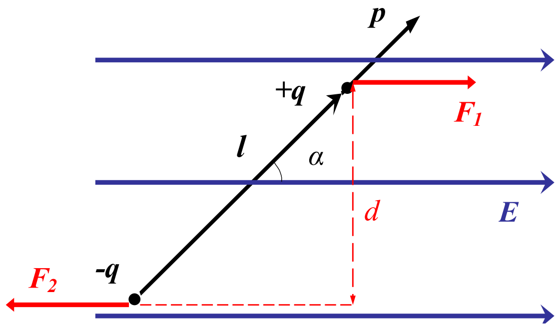


3) ***ионные диэлектрики*** (NaCl, KCl, KBr - ЩГК) – молекулы имеют ионное строение, а диэлектрик представляет собой ионную кристаллическую решетку с чередованием ионов разных знаков, то есть диэлектрик можно рассматривать как две подрешетки противоположных зарядов, вдвинутых одна в другую.





Диполь в электрическом поле



● Пусть диполь (полярная молекула) находится в **однородном** электрическом поле ($\boldsymbol{E} = const$).

На диполь действует пара сил $|\boldsymbol{F}_1| = |\boldsymbol{F}_2| = F$, которые создают вращающий момент

$$M = Fd\,, \qquad (1)$$

где d – кратчайшее расстояние между парой сил.

$$M = Fl\sin\alpha,$$

$$M = qEl\sin\alpha = qlE\sin\alpha, \qquad \vec{M} = \left[\vec{p}_l, \vec{E}\right]. \qquad (2)$$

$$\vec{p}_l = q\vec{l}\,.$$

Вращающий момент $\boldsymbol{M}$ стремится повернуть диполь и установить его так, чтобы $\vec{p}_l \uparrow\uparrow \vec{E}$.

● Если поле **неоднородное** ($\boldsymbol{E} \neq const$), то помимо вращающего момента на диполь действует сила

$$F = F_2 - F_1 = q(E_2 - E_1) = q\frac{\partial E}{\partial l}l = p_l\frac{\partial E}{\partial l},$$

$$\vec{F} = p_l\frac{\partial \vec{E}}{\partial l}.$$

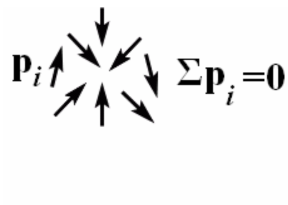
Под действием этой силы диполь стремится переместиться в область наибольшей напряженности $\boldsymbol{E}$ электрического поля.

В общем виде: $\vec{F} = grad(\vec{p}_l \cdot \vec{E})$.

Поляризация диэлектриков

Дипольные моменты молекул в неполярном диэлектрике равны нулю.

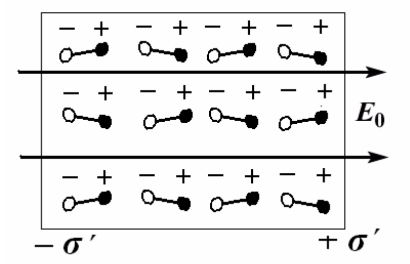
В полярном диэлектрике полярные молекулы обладают дипольным моментом. Но при отсутствии внешнего электрического поля из-за теплового движения молекул дипольные моменты p_i всех молекул ориентированы в пространстве хаотично, поэтому их результирующий электрический момент равен нулю ($\sum \vec{p}_i = 0$).



Поляризация диэлектрика – процесс ориентации диполей или появления под действием внешнего электрического поля $\boldsymbol{E}_0$ ориентированных по полю диполей.

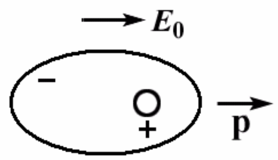
В зависимости от типа диэлектриков будет различаться вид поляризации.

1) Полярные диэлектрики: ***ориентационная (дипольная)*** поляризация заключается в преимущественной ориентации дипольных моментов хаотически движущихся молекул по полю, чему препятствует тепловое движение молекул.



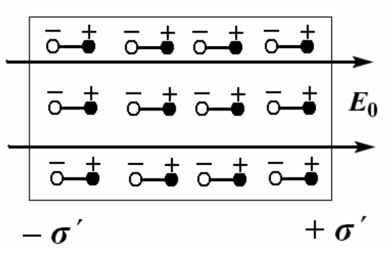
2) Неполярные диэлектрики: ***электронная (деформационная) поляризация***.

Во внешнем электрическом поле $\boldsymbol{E}_0$ электронная орбита деформируется, то есть заряды неполярной молекулы смещаются в противоположные стороны и у молекулы появляется дипольный момент $\boldsymbol{p}$, который затем поворачивается вдоль напряженности внешнего поля.

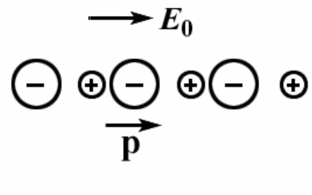


Показано, что индуцированный дипольный момент неполярной молекулы $\vec{p} = 4\pi\varepsilon_0 r^3 \vec{E} = \alpha\varepsilon_0 \vec{E}$, где $\alpha = 4\pi r^3$ – поляризуемость молекулы (поле диполя $E = \dfrac{p_l}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \cdot \sqrt{3\cos^2\varphi + 1}$). Наведенный дипольный момент называется *упругим*, так как после выключения электрического поля диполь исчезает.

Поскольку молекулы диэлектрика остаются при поляризации нейтральными, средняя плотность связанных зарядов внутри диэлектрика $\rho_\varepsilon = 0$. Можно сказать и так: если поле и диэлектрик однородны, то в объеме диэлектрика происходит компенсация положительных и отрицательных зарядов, и суммарный заряд равен нулю. На поверхности диэлектрика возникают ***поляризационные*** (***связанные***) заряды с поверхностными плотностями $-\sigma'$ и $+\sigma'$.



Если поле неоднородное, то поляризационные заряды возникают и в объеме.



3) Ионные диэлектрики: ***ионная*** поляризация заключается в смещении подрешетки положительных

ионов по полю, а подрешетки отрицательных ионов – против поля, что приводит к возникновению дипольных моментов.

Вектор поляризации. Поляризованность

В результате поляризации диэлектрик приобретает электрический (дипольный) момент отличный от нуля ($\neq 0$).

Дипольный момент диэлектрика определяется суммой дипольных моментов молекул:

$$\vec{p}_V = \sum_i \vec{p}_{li},$$

где p_{li} – дипольный момент одной молекулы.

Количественной характеристикой поляризации является физическая величина, называемая ***поляризованностью (вектором поляризации)*** диэлектрика – дипольный момент единичного объема:

$$\vec{P} = \frac{\vec{p}_V}{V} = \frac{\sum_i \vec{p}_{li}}{V}, \quad [(\text{Кл}\cdot\text{м})/\text{м}^3 = \text{Кл}/\text{м}^2]. \qquad (1)$$

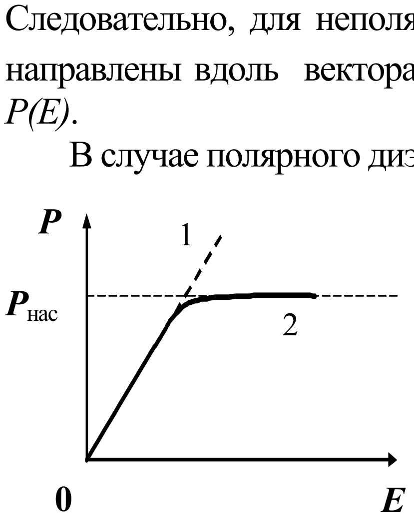
Для изотропного диэлектрика с неполярными молекулами:

$$\vec{P} = \vec{p}_l \cdot n = \alpha\varepsilon_0 n\vec{E} = \varkappa\varepsilon_0\vec{E},. \qquad (2)$$

где n – концентрация молекул, безразмерная величина (каппа) $\varkappa = \alpha \cdot n$ называется ***диэлектрической восприимчивостью*** вещества.

Следовательно, для неполярного диэлектрика: $\vec{P} = \varkappa\varepsilon_0\vec{E}$. Все диполи (молекулы) направлены вдоль вектора ***E***). Эта зависимость изображена прямой 1 на графике *P(E)*.

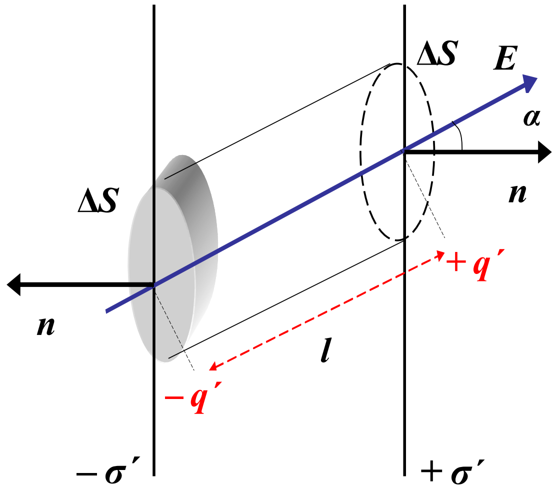
В случае полярного диэлектрика зависимость *P(E)* имеет другой вид: кривая 2.



При больших полях ($E >> 0$) в случае полярного диэлектрика линейная зависимость *P(E*) нарушается и выходит на насыщение. Этот факт обусловлен тем, что при определенной величине *E* достигается такое состояние, когда дипольные моменты всех молекул направлены по полю, то есть наступает насыщение и модуль вектора поляризации достигает $P_{нас.}$

Связь между вектором поляризации *P* и поверхностной плотностью σ' связанных (поляризационных) зарядов

Рассмотрим бесконечную плоскопараллельную пластину из однородного диэлектрика, помещенного в однородное электрическое поле $\vec{E}$.



n – единичный вектор внешней нормали к поверхности диэлектрика (положительная нормаль).

$\alpha = \angle \vec{E}, \vec{n}$ – угол между векторами ***E*** и ***n***.

Выделим в пластине элементарный объем ΔV в виде цилиндра, образующие которого параллельны вектору ***E***; площади ΔS оснований цилиндра лежат на поверхности пластины.

l – расстояние между основаниями цилиндра.

Объем цилиндра

$$\Delta V = \Delta S_{\perp} \cdot l = \Delta S \cdot l \cos\alpha . \qquad (1)$$

Рассмотрим цилиндр как макродиполь.

Тогда, его электрический (дипольный) момент равен

$$p_l = q \cdot l = \sigma' \cdot \Delta S \cdot l . \qquad (2)$$

$$\left.\begin{array}{r}\text{Поляризованность} \quad P = \dfrac{p_l}{\Delta V}. \\ \text{Уравнение (1).}\end{array}\right\} \quad \to \quad p_l = P \cdot \Delta V = P \cdot \Delta S \cdot l \cos\alpha . \qquad (3)$$

Левые и правые части уравнений (2) и (3) равны; следовательно:

$$P\cos\alpha = \sigma' \qquad \Rightarrow \qquad P_n = \sigma' .$$

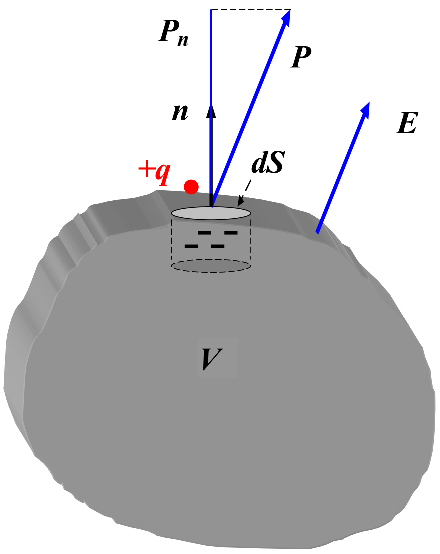
P_n – проекция вектора поляризации на внешнюю нормаль к поверхности диэлектрика.

P_n численно равна электрическому заряду, смещаемому через единичную площадку в направлении положительной нормали к ней.

$$P_n = \sigma' = \varkappa \varepsilon_0 E.$$

Закон Гаусса для вектора поляризации *P*

При неоднородной поляризации (например, для однородного диэлектрика, находящегося в неоднородном поле, или для неоднородного диэлектрика) поляризационные заряды возникают в объеме диэлектрика и вектор поляризации ***P*** меняется от точки к точке.



dS – воображаемая малая площадка на поверхности диэлектрика.

При включении поля через площадку *dS* в направлении вектора ***E*** сместятся положительные заряды, в объеме останутся отрицательные заряды.

Поверхностная плотность поляризационных зарядов $\sigma' = P_n$. (1)

Следовательно, заряд, прошедший через площадку *dS*, равен

$$dq = \sigma' \cdot dS = P_n \cdot dS = \vec{P} \cdot d\vec{S}.$$

Так как *dS* мала, то в окрестностях площадки поле можно считать однородным: ***E*** = *const*, ***P*** = *const.*

Заряд, оставшийся в объеме под площадкой *dS:* $dq = -\vec{P} \cdot d\vec{S}$. (2)

Всю поверхность *S* пересечет и выйдет наружу заряд

$$Q_{выш} = \sum q_{выш} = \oint_S dq = \oint_S \vec{P} d\vec{S}. \qquad (3)$$

В объеме, ограниченном *S*, возникнет избыточный связанный заряд

$$Q_{связ} = \sum q_{связ} = -\sum q_{выш} = -\oint_S \vec{P} d\vec{S} = -\oint_S P_n dS.$$

Или $$-Q_{поляриз} = -\sum q_{поляриз} = -\sum q_{связ} = \oint_S \vec{P} d\vec{S}. \qquad (4)$$

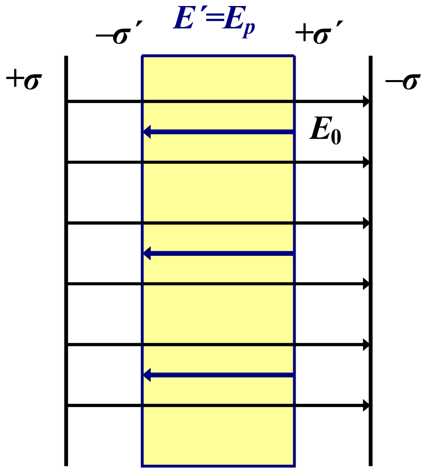
Закон Гаусса для вектора P: $$Q_{поляриз} = -\oint_S \vec{P} d\vec{S}$$

Поток вектора поляризации ***P*** через произвольную замкнутую поверхность *S* равен поляризационному заряду диэлектрика в объеме, охватываемом этой поверхностью.

Вектор электростатической индукции.
Закон Гаусса для вектора электростатической индукции

Поле в среде отличается от поля в вакууме тем, что оно создается как свободными, так и связанными (поляризационными) зарядами.
Следовательно, теорема Гаусса приобретает вид:

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{q_{своб} + q_{пол}}{\varepsilon_0}. \qquad (1)$$



Пластины, заряженные свободными зарядами с поверхностной плотностью заряда $\pm\sigma$, создают внешнее поле $\boldsymbol{E}_0$.
В результате поляризации диэлектрика на его поверхности возникают связанные заряды с поверхностной плотностью заряда $\pm\sigma'$, создающие поле напряженностью $\boldsymbol{E}_p$.
Следовательно, свободные заряды создают внешнее поляризующее поле $\boldsymbol{E}_0$, а связанные заряды – добавочное поле поляризованного диэлектрика $\boldsymbol{E}_p$.

Вектора $\boldsymbol{E}_0$ и $\boldsymbol{E}_p$ противоположно направлены ($\vec{E}_p \uparrow\downarrow \vec{E}_0$), поэтому результирующее поле в диэлектрике:

$$E = E_0 - E_p < E_0.$$

Из уравнения (1) следует:

$$\left.\begin{aligned} &\oint_S \varepsilon_0 \vec{E}d\vec{S} = q_{своб} + q_{пол}. \quad (2) \\ &\oint_S \vec{P}d\vec{S} = -q_{пол}. \quad (3) \end{aligned}\right\} \quad \oint_S (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P})d\vec{S} = q_{своб}. \quad (4)$$

Величина, определяемая соотношением $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$, (5)
называется вектором ***электростатической индукции (электрического смещения)***.

Тогда $$\oint_S \vec{D}d\vec{S} = q_{своб}. \qquad (6)$$

Закон Гаусса для вектора электростатической индукции:
Поток вектора электростатической (или просто электрической) индукции через любую замкнутую поверхность S равен алгебраической сумме свободных зарядов, охватываемых этой поверхностью.

Используя теорему Остоградского-Гаусса, получаем закон Гаусса для вектора ***D*** в дифференциальном виде:

$$\oint_S \vec{D}d\vec{S} = \int_V div\vec{D}dV = \int_V \rho dV, \qquad \Rightarrow \qquad div\vec{D} = \rho. \tag{7}$$

• Связь между векторами ***D*** и ***E***.

$$\left.\begin{aligned} &\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P} && (8) \\ &\vec{P} = \varkappa\varepsilon_0\vec{E} && (9) \end{aligned}\right\} \quad \rightarrow \quad \vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \varkappa\varepsilon_0\vec{E} = \varepsilon_0(1+\varkappa)\vec{E}. \tag{10}$$

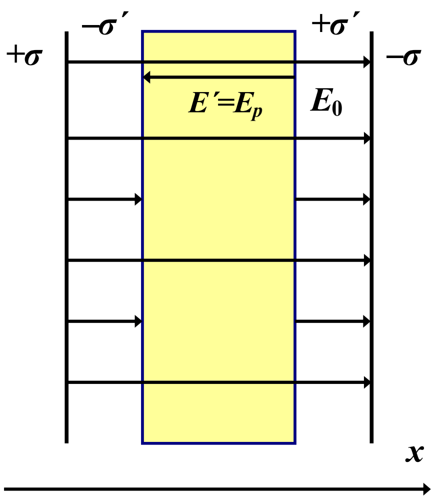
Величина $\varepsilon = 1 + \varkappa$ называется ***относительной диэлектрической проницаемостью***.

Следовательно, получаем $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$.

Вектор ***D*** является вспомогательной силовой характеристикой и характеризует установившееся электрическое поле, создаваемое свободными зарядами, но при таком их распределении, какое имеет место при наличии диэлектрика.

Относительная диэлектрическая проницаемость

Поместим диэлектрик в виде бесконечной диэлектрической пластины во внешнее электрическое поле $\boldsymbol{E}_0$.



Внешнее поле $\boldsymbol{E}_0$ создается двумя бесконечными пластинами с поверхностной плотностью заряда $+\sigma$ и $-\sigma$.

Диэлектрик поляризуется, и на его поверхности возникают поляризационные (связанные) заряды.

Результирующее поле в диэлектрике

$$\vec{E} = \vec{E}_{стор} + \vec{E}_{пол}. \tag{1}$$

Напряженность поля $E_{стор}$ вызвана зарядами, не входящими в диэлектрик.

Используя другие обозначения, уравнение (1) представим в виде:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'. \tag{2}$$

Уравнение (1) в проекциях на ось x: $E = E_0 - E'$. (3)

Поле между двумя пластинами: $E' = \dfrac{\sigma'}{\varepsilon_0}$.

$$E = E_0 - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}.$$

Известно, что $\vec{P} = \varkappa\varepsilon_0\vec{E}$. (4)

$P = \sigma'$. (5)

Учитывая (4) и (5) , представим (3) в виде

$$E = E_0 - \frac{\varkappa\varepsilon_0 E}{\varepsilon_0}. \qquad (6)$$

$$E_0 = (1+\varkappa)E . \qquad (7)$$

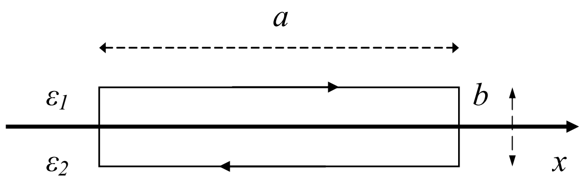
Известно: $\varepsilon = 1 + \varkappa$.

Следовательно, $$\varepsilon = \frac{E_0}{E} . \qquad (9)$$

Относительная диэлектрическая проницаемость среды показывает во сколько раз поле в вакууме $\boldsymbol{E}_0$ больше поля $\boldsymbol{E}$ в среде.

Условия на границе раздела двух диэлектрических сред

Пусть имеем два соприкасающихся диэлектрика с различными диэлектрическими проницаемостями ε_1 и ε_2, помещенные во внешнее электрическое поле.



● Выделим прямоугольный контур $a{\times}b$, как показано на рисунке.

Циркуляция вектора $\boldsymbol{E}$ по этому замкнутому контуру $\oint\limits_l \vec{E}d\vec{l} = 0$. (1)

$$\oint\limits_l \vec{E}d\vec{l} = E_{1x}a - E_{2x}a + \langle E_n\rangle 2b . \qquad (2)$$

$E_{1x}= E_{1\tau}$, $E_{2x}= E_{2\tau}$ – тангенциальные составляющие вектора $\boldsymbol{E}$ в 1 и 2 диэлектрике, соответственно.

$\langle E_n\rangle$ – среднее значение E_l на участках контура, перпендикулярных к границе.

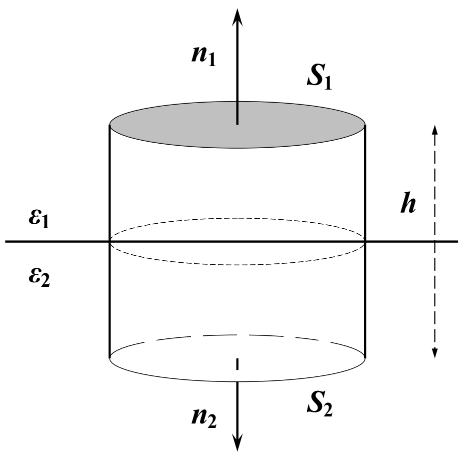
С учетом (1) уравнение (2) запишем в виде:

$$(E_{2\tau} - E_{1\tau})\cdot a = \langle E_n\rangle \cdot 2b .$$

Сторона b контура мала: $b \to 0$.

$$(E_{2\tau} - E_{1\tau})\cdot a = 0 \Rightarrow E_{1\tau} = E_{2\tau} .$$

$E_{1\tau} = E_{2\tau}$. (3) $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E} \Rightarrow$ $$\frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}. \quad (4)$$



● Выделим на границе раздела диэлектриков цилиндрическую поверхность высотой h. Основание S_1 расположено в первом диэлектрике, S_2 – во втором диэлектрике.

Пусть $S_1 = S_2 = S \rightarrow 0$. Следовательно, поле в пределах S можно считать однородным.

Сторонних зарядов на границе 2-х диэлектриков нет. Следовательно, поток вектора электрической индукции

$$\Phi_D = \sum q_i = 0.$$

$$\Phi_D = D_{1n}S + D_{2n}S + \langle D_n \rangle S_{бок} = 0,$$

где D_{1n} – проекция вектора $\boldsymbol{D}$ в первом диэлектрике на нормаль $\boldsymbol{n_1}$,
D_{2n} – проекция вектора $\boldsymbol{D}$ во втором диэлектрике на нормаль $\boldsymbol{n_2}$,
$\langle D_n \rangle$ – значение D_n, усредненное по всей боковой поверхности.

Высота цилиндра h в пределе может быть сколь угодно малой ($h \rightarrow 0$), следовательно, $S_{бок} \rightarrow 0$.

$$D_{1n} = -D_{2n}. \quad (5)$$

Минус в уравнении (5) объясняется тем, что вектора нормалей $\boldsymbol{n_1}$ и $\boldsymbol{n_2}$ направлены в противоположные стороны. Проекции векторов $\boldsymbol{D_1}$ и $\boldsymbol{D_2}$ на одну и ту же нормаль:

$$D_{1n} = D_{2n}. \quad (6)$$

Поэтому

$$\int_s D_{1n}dS = \int_s D_{2n}dS. \quad (7)$$

Следовательно, поток вектора $\boldsymbol{D}$ не изменяется при переходе через границу двух сред, что упрощает расчет поля в различных средах.

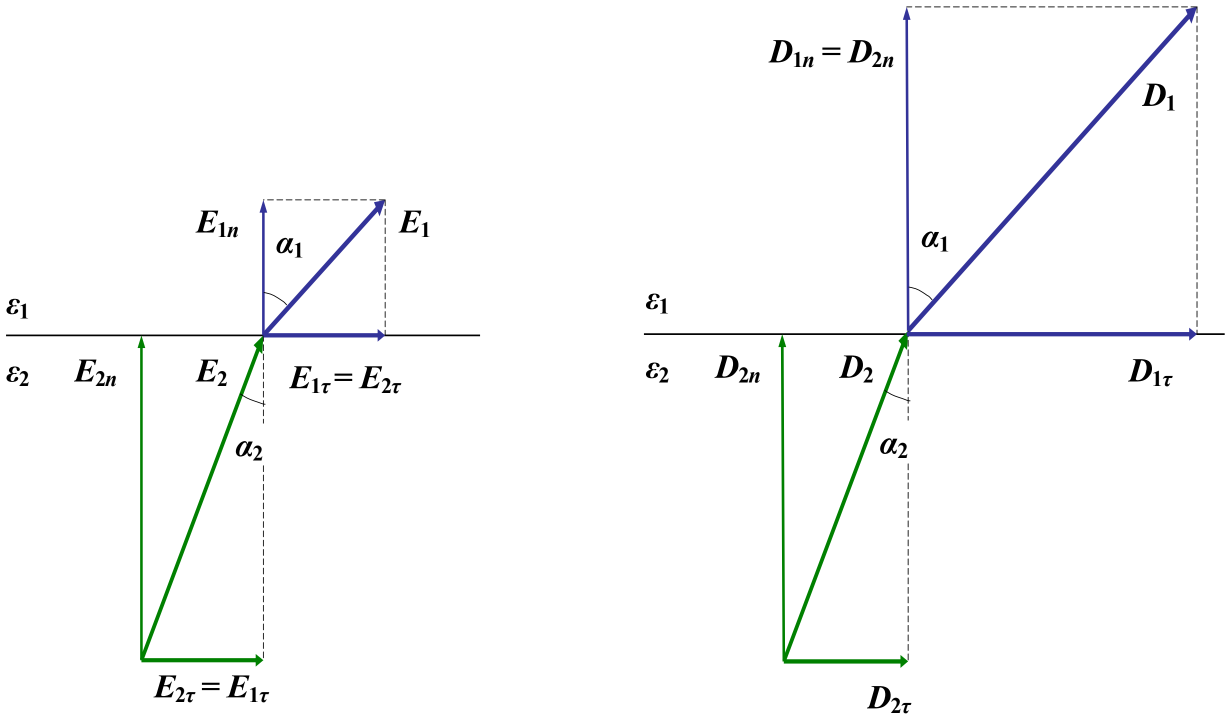
$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}. \quad (8)$$

Из уравнений (3) – (6), (8) следует:

при переходе через границу раздела двух сред
D_n и E_τ изменяются непрерывно (не претерпевают скачка),
D_τ и E_n претерпевают разрыв.

Следствием этого является то, что линии напряженности электрического поля ***E*** и линии электрического смещения ***D*** на границе раздела двух диэлектриков претерпевают излом.

Так как $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$, то вектора ***E*** и ***D*** всегда коллинеарны.



Пусть $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$.

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}, \qquad \varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n} \rightarrow \qquad \frac{tg\alpha_1}{tg\alpha_2} = \frac{\dfrac{E_{1\tau}}{E_{1n}}}{\dfrac{E_{2\tau}}{E_{2n}}} = \frac{E_{2n}}{E_{1n}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\ .$$

Аналогичное соотношение можно получить, используя уравнения для вектора ***D***.

При переходе в диэлектрик с большим ε линии ***E*** и ***D*** удаляются от нормали.

Проводники в электрическом поле.
Равновесие зарядов в проводниках

В проводниках имеются электрически заряженные частицы – ***носители заряда***, которые способны под действием внешнего электрического поля перемещаться по всему объему проводника.

Ограничимся рассмотрением твердых металлических проводников. Носителями зарядов в них являются электроны, отделившиеся от «своих» атомов. Такие электроны называются ***электронами проводимости*** или ***свободными электронами***.

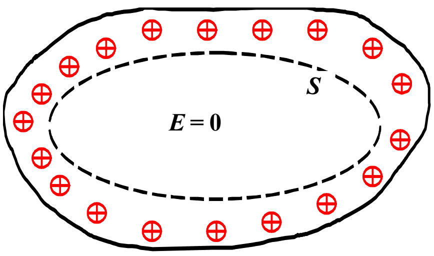
Сообщим проводнику заряд q. В течение сотых долей секунды заряды распределяются так, чтобы потенциальная энергия взаимодействия зарядов была минимальной. При этом напряженность поля во всех точках проводника обращается в нуль $\vec{E}=0$. Если бы между любыми произвольно выбранными двумя точками проводника существовало поле, то возник бы и электрический ток без источника, что противоречит закону сохранения энергии.

Поскольку $\vec{E}=0,$ то по закону Гаусса в дифференциальной и интегральной форме:

$$div\vec{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}; \qquad \oint_S \vec{E}d\vec{S}=\int_V \frac{\rho dV}{\varepsilon_0}=\frac{\sum q}{\varepsilon_0},$$

где S – произвольная замкнутая поверхность внутри проводника.

$$\vec{E}=0 \Rightarrow \quad div\vec{E}=0 \quad \Rightarrow \quad \rho=0.$$



Поэтому в объеме проводника избыточные заряды отсутствуют и могут находиться только на внешней поверхности проводника.

Поскольку $\vec{E}=-\nabla\varphi,$ а $\vec{E}=0,$ то заряды перераспределяются таким образом, что $\varphi=const,$ то есть любой проводник представляет собой эквипотенциальное тело, а его поверхность, естественно, является эквипотенциальной.

На поверхности проводника вектор $\boldsymbol{E}$ должен быть направлен по нормали к этой поверхности, иначе под действием тангенциальной составляющей вектора напряженности $\boldsymbol{E}_\tau$ заряды бы перемещались по проводнику, что противоречит их статическому распределению.

Итак, в равновесном состоянии:

$$\Big\}$$

1) Во всех точках внутри проводника $\boldsymbol{E}_{внутр} = \boldsymbol{E} = 0$.

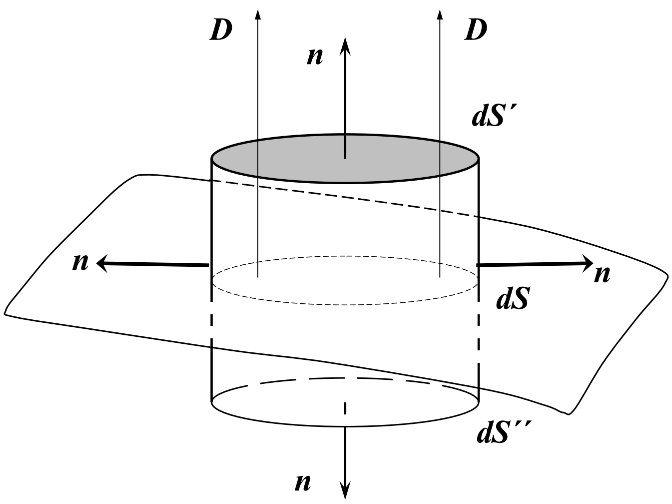
$$\vec{E} = -grad\varphi = -\nabla\varphi . \qquad \rightarrow$$

2) $\varphi_{внутр} = const$, то есть весь объем проводника и его поверхность ***эквипотенциальны***. →

3) На поверхности проводника $\vec{E} = \vec{E}_n , \qquad \vec{E}_\tau = 0$.

4) Вектор электрического смещения $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$ внутри проводника $\boldsymbol{D}_{внутр} = 0$, так как $\boldsymbol{E}_{внутр} = 0$.

Поле вблизи поверхности заряженного проводника



Выделим на поверхности проводника произвольную площадку dS. Построим на ней цилиндр высотой dh с образующей, перпендикулярной площадке dS.
Так как dS – мала: $dS = dS' = dS''$.
На поверхности проводника векторы $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{D}$ перпендикулярны поверхности, следовательно, потоки векторов $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{D}$ через боковую поверхность

$$d\Phi_{E,D\ бок..\ поверхность} = 0.$$

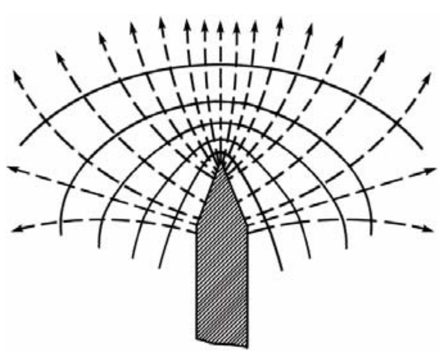
Так как dS'' лежит внутри проводника, где $\boldsymbol{D} = 0$, следовательно, поток вектора $\boldsymbol{D}$ через dS'':

$$d\Phi_{D\ dS''} = 0.$$

Поток вектора через всю поверхность цилиндра равен потоку через dS'

$$\left.\begin{aligned} &d\Phi_D = d\Phi_{D\ dS'} = D_n \cdot dS. \\ \text{Теорема Гаусса для } \boldsymbol{D}\text{:}\quad &d\Phi_D = dq = \sigma \cdot dS. \end{aligned}\right\} \rightarrow D_n = \sigma;\ E_n = \sigma / \varepsilon\varepsilon_0.$$

Если электрическое поле создается заряженным проводником, то напряженность поля $\boldsymbol{E}$ вблизи поверхности проводника прямо пропорциональна поверхностной плотности зарядов σ, находящейся на ней.



Вектор $\boldsymbol{E}$ вблизи поверхности проводника зависит от кривизны С поверхности проводника: $C = 1\,/\,R$. Чем больше кривизна поверхности C, тем больше поверхностная плотность зарядов σ и поле $\boldsymbol{E}$.

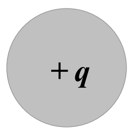
Напряженность электрического поля максимальна на острие заряженного проводника. Сплошными линиями изображены сечения эквипотенциальных поверхностей, пунктирными – силовые линии поля.

Вокруг острия в воздухе может возникнуть пробой. Напряженность поля около острия велика. Свободный заряд в поле острия может приобрести энергию, достаточную для ионизации молекул воздуха, и будет стекать с острия (E = 30 кВ/см – напряженность поля, при которой воздух пробивается (ионизируется)).

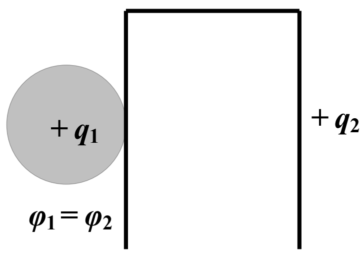
• Распределение зарядов по внешней поверхности проводника зависит только от её формы.

• На внутренней поверхности замкнутых полых проводников избыточные заряды отсутствуют и поверхностная плотность зарядов $\sigma = 0$.

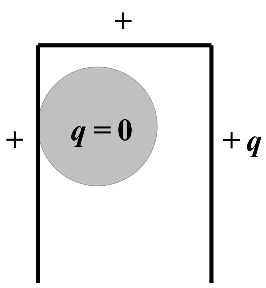
Металлический шарик



Металлический шарик заряжен $+q$.

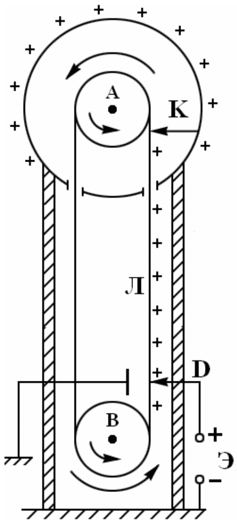


Шарик приводится в соприкосновение с поверхностью какого-либо проводника. В этом случае заряд шарика частично передается проводнику.



Шарик соприкасается с внутренней поверхностью полого проводника. Внутри проводника избыточного заряда не должно быть. Следовательно, весь заряд шарика передается проводнику и распределяется на внешней поверхности последнего.

Применение: для измерения заряда какого-либо тела используют длинный полый металлический цилиндр, называемый ***цилиндром Фарадея***.



Многократно передавая заряд полому проводнику, можно значительно повысить его потенциал.
Применение: ***электростатический генератор Ван-де-Граафа***.

Лента Л из шелка или прорезиненной ткани движется на двух шкивах A и B.

Электростатическая машина Э заряжает ленту через острие D.

Через острие K заряды с ленты полностью стекают на полый шар и распределяются на его внешней поверхности.

Удается достичь разности потенциалов в несколько миллионов вольт.

• Между одноименно заряженными участками проводника действуют силы взаимного отталкивания.
Пусть:
dS – элемент поверхности заряженного проводника.
$\boldsymbol{E}_1$ – напряженность электрического поля зарядов, распределенных по всей остальной поверхности.
Сила, действующая на элемент dS со стороны электрического поля всех остальных зарядов, равна

$$d\vec{F} = \sigma \vec{E}_1 dS\ .$$

$\boldsymbol{E}_2$ – напряженность поля, создаваемого зарядами, расположенными на поверхности dS.
Результирующее поле вблизи поверхности проводника: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$.

Вне проводника $E = E_1 + E_2$,
а внутри $E' = E_1 - E_2$. Внутри проводника поле равно нулю: $E' = 0$. $\rightarrow$

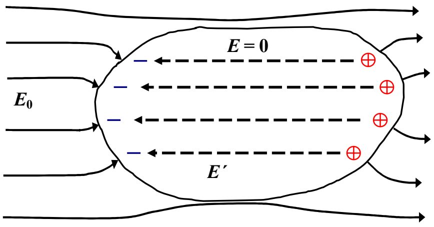
$$\left.\begin{aligned} E_1 = E_2 = E/2. \\ E_n = \sigma/\varepsilon_0. \end{aligned}\right\} \quad \rightarrow \quad E_{1n} = \sigma/2\varepsilon_0.$$

Вектор E_1 направлен в сторону внешней нормали к площадке dS, если $\sigma > 0$, и в противоположную сторону, если $\sigma < 0$. Поэтому сила $d\boldsymbol{F}$ всегда направлена в сторону внешней нормали.

Сила $d\boldsymbol{F}$ численно равна $dF = \dfrac{\sigma^2}{2\varepsilon_0} dS$.

Электростатическая индукция

Электростатическая индукция – явление перераспределения зарядов в проводнике во внешнем электростатическом поле.



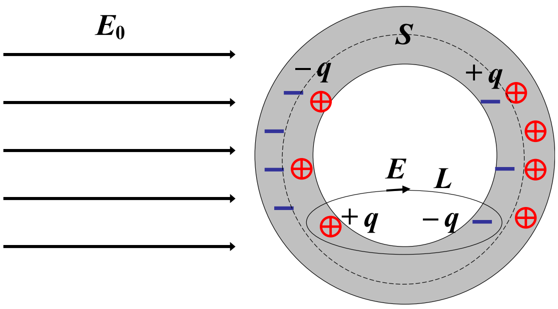
Так как концентрация свободных электронов в проводниках (металлах) очень высока, то перераспределение зарядов происходит до тех пор, пока результирующее поле в металле $E = E_0 - E'$ не окажется равным нулю.

Нейтральный проводник, внесенный в электростатическое поле, разрывает часть линий напряженности, они заканчиваются на отрицательных индуцированных зарядах и вновь начинаются на положительных.

Индуцированные (наведенные) на проводнике заряды исчезают, когда проводник удаляют из электрического поля.

● **Электрическое поле в полости проводника**.

S – поверхность внутри проводника, окружающая внутреннюю полость.



$$\left.\begin{aligned}\oint_S \vec{E}d\vec{S} &= \frac{\sum q}{\varepsilon_0},\\ \vec{E} &= 0.\end{aligned}\right\} \quad \sum q = 0, \qquad \sum q = q_+ + q_- .$$

Вектор $\boldsymbol{E} = 0$, так как поле внутри проводника отсутствует.

Можно предположить наличие на поверхностях полости равных по величине и противоположных по знаку зарядов: $q_+ = q_-$, то есть суммарный заряд равен нулю, но поле внутри полости имеет место.

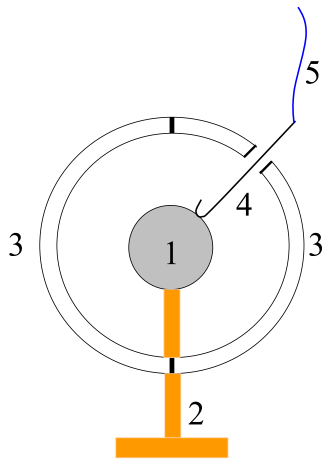
Проведем через полость и металл замкнутый контур L. Если на поверхностях полости имеются разноимённые заряды, то они должны двигаться навстречу друг другу и компенсироваться, тогда работа по перемещению зарядов в полости будет отлична от нуля. В металле, где поле отсутствует, работа равна нулю. Следовательно, работа по перемещению заряда по замкнутому контуру L отлична от нуля и $\oint_L \vec{E}d\vec{l} \neq 0$, что невозможно для кулоновских сил. Поэтому заряды и электростатическое поле внутри полости металла, находящегося в электрическом поле, отсутствуют.

На этом основана электростатическая защита – экранирование тел (измерительные приборы, колебательный контур) от влияния внешних электрических полей.

Если проводник с полостью заземлить, то потенциал во всех точках полости равен нулю, т. е. полость полностью изолирована от внешних электрических полей. Вместо сплошного проводника часто используют густую металлическую сетку.

Опыт Кавендиша

Распределение зарядов только на поверхности проводника вытекает из закона Гаусса, который является следствием закона Кулона как закона обратных квадратов. Если бы сила взаимодействия точечных зарядов выражалась законом $F = k\dfrac{q_1 q_2}{r^{2\pm\delta}}$, то заряды распределялись бы не только на поверхности, но и в объеме проводника. Идея Кавендиша состояла в том, чтобы проверить, остается ли электрическое поле (заряды) внутри заряженной проводящей сферы, отсутствие которого означало бы, что электрические силы, как и гравитационные, обратно пропорциональны квадрату расстояния. Опыт позволял оценить верхнюю границу отклонения δ от закона $1/r^2$. Отклонение δ равно ошибке эксперимента.



В этих опытах металлический шар 1 был укреплен на изолирующей подставке 2. Две металлические полусферы 3 могли быть соединены в одну сферу, охватывающую шар 1.

В одной из полусфер имелось малое отверстие, в которое можно было вставлять короткую металлическую проволоку 4, подвешенную на шелковой нити 5, и соединять шар и сферу, не разряжая систему.

Суть опыта – полусферы 3 складывали вместе, соединяли их проволокой 4 с шаром 1 и заряжали. Заряд сферы определялся электрометром. Затем проволоку 4 с помощью шелковой нити 5 удаляли, обе полусферы раздвигали и разряжали, соединяя их с землей. После этого электрометр присоединяли к шару 1 и проверяли, имеется ли на нем заряд. Опыт с точностью эксперимента показывал отсутствие на шаре заряда. Ошибка эксперимента δ по Кавендишу была 0,02.

Позднее, Максвелл понизил эту границу до $\delta < 6 \cdot 10^{-5}$. Современная оценка $\delta < 6 \cdot 10^{-17}$. Таким образом, закон Кулона проверен с очень высокой точностью по сравнению с результатами опыта Кулона.